www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس : **جبر واحتمال**	رشته‌ی : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۳۰ : ۱۰ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵** دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : **۱۱ / ۱۰ / ۱۳۸۷**	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول **(دی ماه)** سال تحصیلی **۸۸-۱۳۸۷**		**اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	**با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید ۳ برابر مربع یک عدد فرد منهای ۳ ، مضرب ۱۲ است .**	۱
۲	**به روش استقراء ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی** n **داریم:** $(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{9})(1-\frac{1}{16})\dots(1-\frac{1}{(n+1)^2})=\frac{n+2}{2n+2}$	۱/۷۵
۳	**آیا مجموع دو عدد گنگ ، همواره عدی گنگ است؟ چرا؟**	۰/۵
٤	**اگر** $\sqrt{5}$ **و** $\sqrt{7}$ **دو عدد گنگ باشند ، ثابت کنید** $(2\sqrt{5}+3\sqrt{7})$ **نیز عددی گنگ است . (برهان خلف)**	۱
۵	**هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ٤ و ٦ متر انتخاب می کنیم ، ثابت کنید حد اقل ۲ نقطه از آنها فاصله ای کمتر از** $2\sqrt{2}$ **متر را دارند .**	۱/۲۵
٦	**ثابت کنید مجموعه تهی زیر مجموعه ی همه مجموعه ها است .**	۰/۵
۷	**با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید:** $A-(B\cup C)=(A-C)-B$	۱
۸	**اگر** $A=\{x \mid x\in\mathbb{R}, x^2+2x=8\}$ **و** $B=\{x \mid x\in N, x^2\le 4\}$ **مفروض باشند ، مجموعه** $B\times A-A^2$ **را مشخص کنید .**	۱/۵
۹	**نمودار رابطه** $R=\{(x,y) \mid x,y\in\mathbb{R}, x\ge y^2, y\ge x^2\}$ **را رسم کنید .**	۱
۱۰	**فرض کنیم** $A=\{1,2,3\}$ **و رابطه** R **در** A^2 **به صورت زیر تعریف شده باشد :** $(a,b)R(c,d)\Leftrightarrow a^2+b^2=c^2+d^2$ **الف) ثابت کنید** R **یک رابطه هم ارزی است.** **ب) کلاس هم ارزی** $[(1,3)]$ **را بیابید.**	۱/۵
۱۱	**یک تاس سالم را دو بار می اندازیم ، مطلوب است تعیین :** **الف) پیشامد** A **آنکه عدد ظاهر شده در پرتاب اول ۳ باشد .** **ب) پشامد** B **آنکه عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب عددی اول باشد.** **ج) پیشامد** C **آنکه عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب یکسان باشد.** **د) پیشامد آنکه** C **رخ دهد ولی** B **رخ ندهد.**	۲
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهائی درس : **جبر واحتمال**	رشته‌ی : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۳۰ : ۱۰ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵** دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه			تاریخ امتحان : **۱۱ / ۱۰/ ۱۳۸۷**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول **(دی ماه)** سال تحصیلی **۸۸- ۱۳۸۷**			**اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

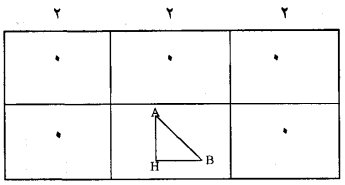
ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	یک جعبه محتوی ۱۰ لیوان می باشد که ٤ عدد آنها معیوب است ، از این جعبه ۵ لیوان به تصادف برمی داریم ، مطلوب است محاسبه : **الف)** احتمال آنکه ۲ لیوان معیوب باشد. **ب)** احتمال آنکه تمام لیوان ها سالم باشند.	۱/۵
۱۳	در یک کلاس ، (احمد و علی و بهرام) داوطلب انتخاب نمایندگی کلاس می باشند ، اگر احتمال انتخاب علی دو برابر احمد و احتمال انتخاب بهرام سه برابر علی باشد ، احتمال انتخاب هریک را بیابید.	۱/۵
۱٤	در یک آزمون ۱۵ سوالی که سوالات دارای پاسخ (بلی – خیر) می باشند ، مطلوب است احتمال آنکه فردی به ۳ سوال پاسخ (بلی) داده باشد .	۰/۷۵
۱۵	نقطه‌ای به تصادف از فضای نمونه ای $S=\{(x,y)\mid x,y\in\mathbb{R},\ ۱\le x+y\le ۳\}$ انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آنکه $x\le ۱$ و $y\le ۱$ باشد .	۱/۷۵
۱٦	اگر $p(A')=\frac{۱}{۳}$ و $P(B)=۲p(A\cup B)$ و $P(A'\cup B')=\frac{۱}{۴}$ باشد ، مطلوب است محاسبه $p(B)$.	۱/۵
	«موفق باشید» جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهائی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۱/ ۱۰/ ۱۳۸۷**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم **سال اول (دی ماه)** سال تحصیلی **۸۸-۱۳۸۷**	**اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

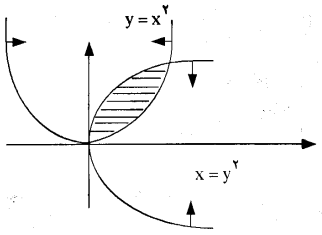
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	**حکم :** $3(2k+1)^2-3=12k'$ **(۰/۵)** $\rightarrow x=2k+1$ **عدد فرد** $3(4k^2+4k+1)-3=12k^2+12k=12(k^2+k)=12k'$ **(۰/۵)**	۱
۲	$p(1):1-\frac{1}{4}=\frac{1+2}{2+2}\Rightarrow\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ **(۰/۲۵)** $p(k):\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\dots\left(1-\frac{1}{(k+1)^2}\right)=\frac{k+2}{2k+2}$ **فرض استقراء (۰/۲۵)** $p(k+1):\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\dots\left(1-\frac{1}{(k+1)^2}\right)\left(1-\frac{1}{(k+2)^2}\right)=\frac{k+3}{2k+4}$ **حکم استقراء (۰/۲۵)** $p(k+1):\left(\frac{k+2}{2k+2}\right)\left(1-\frac{1}{(k+2)^2}\right)=\left(\frac{k+2}{2k+2}\right)\left(\frac{(k+2)^2-1}{(k+2)^2}\right)=\frac{k^2+4k+3}{(2k+2)(k+2)}=$ $\frac{(k+3)(k+1)}{2(k+1)(k+2)}=\frac{k+3}{2k+4}$ **(۱ نمره)**	۱/۷۵
۳	**خیر - مثال نقض** $a=\sqrt{2}\ ,\ b=1-\sqrt{2}\Rightarrow a+b=1\in Q$ **(۰/۲۵) (۰/۲۵)**	۰/۵
٤	$2\sqrt{5}+3\sqrt{7}\notin Q'\Rightarrow 2\sqrt{5}+3\sqrt{7}=\frac{a}{b}\in Q\Rightarrow 2\sqrt{5}=\frac{a}{b}-3\sqrt{7}\Rightarrow$ **: فرض خلف** $20=\frac{a^2}{b^2}+63-6\sqrt{7}\frac{a}{b}\Rightarrow 6\sqrt{7}\frac{a}{b}=\frac{a^2}{b^2}+43$ **(۰/۲۵)** **طرف راست رابطه مجموع دو عدد گویا عددی گویا است و طرف چپ رابطه عددی گنگ‌است. پس به تناقض رسیده و همان حکم اولیه درست است . (۰/۲۵)**	۱
۵	**٦ = تعداد لانه ها** **(۰/۲۵)** **۷= تعداد کبوترها** **بر طبق اصل لانه کبوتری حد اقل ۲ نقطه درون یک مربع قرار می گیرند (۰/۲۵)**  $AB^2=AH^2+BH^2<2^2+2^2\Rightarrow AB^2<8\Rightarrow AB<2\sqrt{2}$ **(۰/۵)** **(۰/۲۵) شکل**	۱/۲۵
	« ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهائی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۱/ ۱۰/ ۱۳۸۷**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **نیم سال اول** (**دی ماه**) سال تحصیلی **۸۸-۱۳۸۷**	**اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

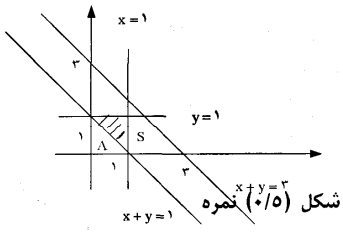
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	پس xای عضو تهی هست که عضو A نیست. $\varnothing \subset A$: **فرض خلف** **و این تناقض با تعریف مجموعه تهی (که خالی است) ، دارد . (۰/۵)**	۰/۵
۷	$A-(B\cup C)=A\cap(B\cup C)'=A\cap(B'\cap C')=(A\cap C')\cap B'=(A-C)-B$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۸	$A=\{-۴\ ,\ ۲\}$, $B=\{۱\ ,\ ۲\}$ $B\times A=\{(۱,-۴)\ ,\ (۱,۲)\ ,\ (۲,-۴)\ ,\ (۲,۲)\}$ (۰/۵) $A^۲=A\times A=\{(-۴,-۴)\ ,(-۴,۲)\ ,(۲,-۴)\ ,(۲,۲)\}$ (۰/۵) $B\times A-A^۲=\{(۱,-۴)\ ,(۱,۲)\}$ (۰/۵)	۱/۵
۹	**کشیدن هر نمودار (۰/۲۵)** **و تعیین قسمت مشترک (۰/۵)** 	۱
۱۰	$(a,b)\,R\,(a,b)\Rightarrow a^۲+b^۲=a^۲+b^۲$ **(۰/۲۵)رابطه ی باز تابی** $(a,b)\,R\,(c,d)\Rightarrow (c,d)R(a,b)$ $a^۲+b^۲=c^۲+d^۲\Rightarrow c^۲+d^۲=a^۲+b^۲\Rightarrow (c,d)\,R\,(a,b)$ **رابطه ی تقارنی (۰/۲۵)** $(a,b)R(c,d)\ ,\ (c,d)R(e,f)\Rightarrow (a,b)R(e,f)$ $a^۲+b^۲=c^۲+d^۲$ **رابطه ی تعدی (۰/۵)** $c^۲+d^۲=e^۲+f^۲\quad\Rightarrow a^۲+b^۲=e^۲+f^۲\Rightarrow (a,b)R(e,f)$ **هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است .** $A^۲=\{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۲,۱),(۲,۲),(۲,۳),(۳,۱),(۳,۲),(۳,۳)\}$ $[(۳,۱)]=\{(x,y)\mid (x,y)\,R\,(۳,۱)\}\Rightarrow x^۲+y^۲=۹+۱=۱۰$ $[(۳,۱)]=\{(۳,۱),(۱,۳)\}$ (۰/۵)	۱/۵
	« ادامه ی سوالات در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهائی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : **۱۱/ ۱۰/ ۱۳۸۷**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم **سال اول (دی ماه)** سال تحصیلی **۸۸-۱۳۸۷**	**اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	$A=\{(۳,۱),(۳,۲),(۳,۳),(۳,۴),(۳,۵),(۳,۶)\}$ (۰/۵) $B=\{(۲,۲),(۲,۳),(۲,۵),(۳,۲),(۳,۳),(۳,۵),(۵,۲),(۵,۳),(۵,۵)\}$ (۰/۵) $C=\{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\}$ (۰/۵) $C-B=\{(۱,۱),(۴,۴),(۶,۶)\}$ (۰/۵)	۲
۱۲	٦ لیوان سالم و ٤ لیوان معیوب $n(S)=\binom{۱۰}{۵}=۲۵۲$ (۰/۵) الف) $n(A)=\binom{۶}{۳}\times\binom{۴}{۲}=۱۲۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۲۰}{۲۵۲}=\frac{۱۰}{۲۱}$ (۰/۲۵) ب) $n(B)=\binom{۶}{۵}=۶$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۶}{۲۵۲}=\frac{۱}{۴۲}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۳	$p(\text{احمد})+p(\text{علی})+p(\text{بهرام})=۱\rightarrow ۶x+۲x+x=۱\rightarrow ۹x=۱\rightarrow x=\frac{۱}{۹}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $p(\text{علی})=۲p(\text{احمد})=۲x$ $p(\text{بهرام})=۳p(\text{علی})=۶x$ $p(\text{احمد})=x=\frac{۱}{۹}$ (۰/۲۵) $p(\text{علی})=\frac{۲}{۹}$ (۰/۲۵) $p(\text{بهرام})=\frac{۲}{۳}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱٤	$p(A)=\frac{\binom{۱۵}{۳}}{۲^{۱۵}}$ (۰/۷۵)	۰/۷۵
۱۵	$a(S)=$ بی نهایت (۰/۵) $a(A)=\frac{۱\times۱}{۲}=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $P(A)=\frac{a(A)}{a(S)}=۰$ (۰/۵)  شکل (۰/۵) نمره	۱/۷۵
۱٦	$p(A'\cup B')=p(A\cap B)'=۱-p(A\cap B)=\frac{۱}{۴}\Rightarrow p(A\cap B)=\frac{۳}{۴}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $p(A')=\frac{۱}{۳}\Rightarrow p(A)=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}$ (۰/۲۵) $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)\Rightarrow \frac{۱}{۲}p(B)=\frac{۲}{۳}+p(B)-\frac{۳}{۴}\Rightarrow p(B)=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
	جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com